

TEMA 1: EL INTERÉS SIMPLE

1. OPERACIONES FINANCIERAS

Son aquellas operaciones en las que inversores y ahorradores se ponen de acuerdo y pactan un tipo de interés y un plazo que cubran sus necesidades de inversión y financiación

1.1. CLASES

Las operaciones financieras pueden ser de dos clases:

- **OPERACIONES DE INVERSIÓN:** Son las que realizan las personas que tienen un dinero ahorrado y que desean obtener una ganancia prestándolo a otras personas. Entregaran una cantidad de dinero en el momento actual y recibirán una cantidad mayor al final del tiempo establecido para la operación. La diferencia entre la cantidad entregada y la recibida corresponde a los intereses.

- **OPERACIONES DE FINANCIACIÓN:** Son las que realizan las personas que necesitan dinero y acuden a otras personas para que se lo presten ofreciéndole una rentabilidad. Recibirán una cantidad de dinero en el momento actual y deberán devolver una cantidad al final del tiempo establecido para la operación. La diferencia entre las dos cantidades son los intereses.

Nos podemos encontrar operaciones en las que en un primer momento se entregan cantidades de dinero y posteriormente se reciben, como ocurre en los casos de los planes de pensiones que estudiaremos más adelante.

1.2. ELEMENTOS QUE INTERVIENEN

Los elementos que intervienen son los siguientes:

- **Capital inicial o actual (Co):** Corresponde a la cantidad con la que se inicia la operación (*momento 0*). En caso de inversión es la cantidad entregada y en caso de préstamo la cantidad recibida.
- **Capital final o montante (Cn):** Se refiere a la cantidad del final de la operación (*momento n*). Puede ser la cantidad en la que se ha convertido una inversión o la cantidad que se debe devolver para cancelar un préstamo.
- **Duración o tiempo (n):** Plazo que se estipula para la operación.
- **Tanto o tipo de interés anual (i):** Cantidad que produce un euro en un año. Siempre debe expresarse en tanto por uno. En algunos ejercicios nos dan este dato expresado en %, y se denomina *rédito*, que sería la cantidad que ganamos con 100 € en un año. En este último caso debemos dividir el % entre 100 para obtener la *i*.
- **Interés de la operación (I):** Diferencia entre el Capital final y el inicial. Sería la ganancia obtenida en la operación.

$$\frac{\text{Capital Inicial}}{0} \quad \text{Capital final} \quad i$$

Ejemplos:

1. Una persona a la que le toca en la primitiva, 120.000 €, los invierte por un plazo de 3 años a un tanto de interés del 5 % anual, recibiendo al final de la operación 138.000 €. ¿De qué operación se trata? ¿Cuáles son los elementos que intervienen en la operación?

- *Operación financiera:* Inversión.

- *Elementos:*

Capital inicial: 120.000 €

Capital final: 138.000 €

Duración: 3 años.

Tanto de interés: 0,05

Rédito: 5 %

Intereses: 18.000 €

$$\frac{\text{Capital Inicial}}{= 120.000} \quad \text{Capital final} \quad i =$$

$$0 \quad = 138.000 \quad 0,05$$

$$\quad \quad \quad n = 3 \text{ años}$$

2. Una persona para comprar una vivienda necesita 180.000 €. Para ello solicita un préstamo con una duración de 10 años y un tanto de interés anual del 0,04. Al final devolverá la cantidad prestada más los intereses de toda la operación que ascienden en conjunto a 72.000 €.

- *Operación financiera:* Financiación

- *Elementos:*

Capital inicial: 180.000 €

Capital final: 252.000 €

Duración: 10 años.

Tanto de interés: 0,04

Rédito: 4 %

Intereses: 72.000 €

<i>Capital Inicial</i>	<i>Capital final</i>	<i>i =</i>
<i>= 180.000</i>	<i>= 252.000</i>	<i>0,04</i>
<i>0</i>	<i>n = 10 años</i>	

1.3 MÉTODOS PARA CALCULAR LOS INTERESES

- Interés simple: Los intereses anuales se calculan siempre sobre la misma cantidad. Por ellos los intereses anuales serán constantes.

- Interés compuesto: Los intereses anuales se acumulan al capital en cada periodo. De esta forma los intereses irán aumentando conforme vaya pasando el tiempo.

Ejemplo: Una persona invierte 1.000 € durante 3 años a un tanto de interés anual del 10 %.

INTERÉS SIMPLE

N	CAPITAL INICIAL (Los intereses no se acumulan para calcular los intereses)	INTERÉSES ANUALES	CAPITAL FINAL
0	1.000	-----	1.000
1	1.000	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.100
2	1.000	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.200
3	1.000	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.300

INTERÉS COMPUESTO

N	CAPITAL INICIAL (Los intereses se acumulan para calcular los intereses)	INTERÉSES ANUALES	CAPITAL FINAL
0	1.000	-----	1.000
1	1.000	$1.000 \times 0,1 = 100$	1.100
2	1.100	$1.100 \times 0,1 = 110$	1.210
3	1.210	$1.210 \times 0,1 = 121$	1.331

1.4 FORMULAS DEL INTERÉS SIMPLE

$$C_n = C_0 (1 + n \cdot i)$$

$$I = C_n - C_0$$

$$I = C_0 \times n \times i$$

2. EJERCICIOS DEL INTERÉS SIMPLE

CÁLCULO DEL INTERÉS

1. Calcula el interés que producen 6.000 € colocados al 12 % anual durante 6 años.

$$I = Co \times n \times i$$

$$I = 6.000 \times 6 \times 0,12 = 4.320 \text{ €}$$
2. Sabemos que nuestra inversión de 5.000 € ha generado 700 € de intereses al 7 % anual
 ¿Cuánto tiempo duró la inversión?

$$I = Co \times n \times i$$

$$700 = 5.000 \times 0,07 \times n$$

$$700 = 350 \times n$$

$$n = 700 / 350$$

$$n = 2 \text{ años}$$
3. Calcular los intereses de una operación en la que se obtuvo un capital final de 1.205 € con una inversión inicial de 1.100 €.

$$I = Cn - Co$$

$$I = 1.205 - 1.100$$

$$I = 105 \text{ €}$$

CÁLCULO DEL CAPITAL FINAL O MONTANTE (Operación de capitalización)

1. Un capital de 3.000 € es invertido durante 4 años a un tipo de interés del 5 % anual. Calcula el capital final.

$$Cn = Co (1 + n \times i)$$

$$Cn = 3.000 (1 + 4 \times 0,05)$$

$$Cn = 3.000 \times 1,2$$

$$Cn = 3.600 \text{ €}$$
2. Un capital de 5.000 € ha sido invertido durante 5 años a un tanto de interés del 6 % anual. Calcular el capital final si los intereses han ascendido a 1.500 €

$$Cn = Co + I$$

$$Cn = 5.000 + 1.500$$

$$Cn = 6.500 \text{ €}$$

CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL (Operación de actualización)

1. ¿Qué cantidad debemos ingresar en un banco para que dentro de 6 años a un tipo de interés del 10 % se convierta en 3.200 €?

$$Cn = Co (1 + n \times i)$$

$$= Co (1 + 6 \times 0,10)$$

$$3.200 = Co \times 1,60$$

$$Co = 3.200 / 1,60$$

$$Co = 2.000 \text{ €}$$

CÁLCULO DEL TIEMPO

1. Queremos saber cuánto tiempo se mantuvo una inversión de 12.000 € que produjo un montante de 12.720 € al 2 % anual de capitalización simple.

$$Cn = Co (1 + n \times i)$$

$$12.720 = 12.000 (1 + n \times 0,02)$$

$$12.720 = 12.000 + 240 \times n$$

$$12.720 - 12.000 = 240 \times n$$

$$720 = 240 \times n$$

$$n = 720 / 240$$

$$n = 3 \text{ años}$$
2. Para cancelar un préstamo al 6 % de interés anual tenemos que entregar 4.960 €. Calcular la duración de la operación si los intereses ascienden a 960 €.

$$I = Cn - Co$$

$$960 = 4.960 - Co$$

$$Co = 4.960 - 960$$

$$Co = 4.000 \text{ €}$$

$$\begin{aligned}
 C_n &= C_0 (1 + n \times i) \\
 4.960 &= 4.000 (1 + n \times 0,06) \\
 4.960 &= 4.000 + 240 \times n \\
 4.960 - 4.000 &= 240 \times n \\
 960 &= 240 \times n \\
 960 / 240 &= n \\
 n &= 4 \text{ años}
 \end{aligned}$$

CÁLCULO DEL TANTO DE INTERÉS

1. Una operación ha producido un montante de 544 € durante 3 años con una inversión inicial de 400 €. ¿A qué tipo de interés se pactó la operación?

$$\begin{aligned}
 C_n &= C_0 (1 + n \times i) \\
 544 &= 400 (1 + 3 \times i) \\
 544 &= 400 + 1.200 \times i \\
 544 - 400 &= 1.200 \times i \\
 144 &= 1.200 \times i \\
 i &= 144 / 1.200 \\
 i &= 0,12
 \end{aligned}$$

3. PERIODOS FRACCIONADOS

Los periodos fraccionados se dan cuando nos encontramos con periodos inferiores a los anuales. Para ello debemos calcular k.

El valor de k lo obtenemos en la respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cuántos periodos tiene un año?

SEMESTRES	k = 2
CUATRIMESTRES	k = 3
TRIMESTRES	k = 4
BIMESTRES	k = 6
MESES	k = 12
SEMANAS	k = 52
DIAS	Año comercial. k = 360 Año civil. k = 365

$$i_k = i / k$$

$C_n = C_0 (1 + n \times i_k)$	n y i_k siempre referidas al mismo periodo de tiempo
--------------------------------	--

Ejemplo: Calcular el montante de un capital de 6.700 € al 10 % de interés durante:

- a) 2 meses.
b) 2 trimestres.
c) 90 días (año civil)

a)

$$\begin{aligned}
 i_k &= i / k \\
 i_k &= 0,10 / 12 \\
 C_n &= 6.700 (1 + 2 \times 0,10 / 12) \\
 C_n &= 6.811,67 \text{ €}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 i_k &= i / k \\
 i_k &= 0,10 / 4 \\
 C_n &= 6.700 (1 + 2 \times 0,10 / 4) \\
 C_n &= 7.035 \text{ €}
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 i_k &= i / k \\
 i_k &= 0,10 / 365 \\
 C_n &= 6.700 (1 + 90 \times 0,10 / 365) \\
 C_n &= 6.865,21 \text{ €}
 \end{aligned}$$

4. COMPARACIÓN ENTRE LOS INTERESES DEL AÑO COMERCIAL Y DEL CIVIL

AÑO COMERCIAL	$I_{360} = (Co \times n \times i) / 360$
----------------------	--

AÑO CIVIL	$I_{365} = (Co \times n \times i) / 365$
------------------	--

$$I_{360} = (Co \times n \times i) / 360$$

$$I_{365} = (Co \times n \times i) / 365$$

$$I_{360} = (73 / 72) \times I_{365}$$

Ejemplo: Sabiendo que el interés calculado comercialmente de un capital asciende a 232,50 € ¿A cuánto ascenderá el calculado civilmente?

$$I_{360} = (73 / 72) \times I_{365}$$

$$232,50 = (73 / 72) \times I_{365}$$

$$232,50 \times 72 / 73 = I_{365}$$

$$229,32 \text{ €} = I_{365}$$

5. FORMAS ABREVIADAS PARA EL CÁLCULO DE LOS INTERESES

Este procedimiento se utiliza cuando tenemos que calcular los intereses de varios capitales.

Para ello, debemos seguir los siguientes pasos:

- 1º) Calculamos los números comerciales. $\text{NUMEROS COMERCIALES} = Co \times n$
- 2º) Sumamos los números comerciales
- 3º) Calculamos el DIVISOR FIJO (D) = k / i o MULTIPLICADOR FIJO (M) = i/k
- 4º) Calculamos los intereses:

$$I = \text{SUMA Nos. COMERCIALES} / \text{DIVISOR FIJO}$$

$$I = \text{SUMA Nos. COMERCIALES} \times \text{MULTIPLICADOR FIJO}$$

Ejemplo: Calcular los intereses producidos por los siguientes capitales:

CAPITALES	DURACIÓN
1.000	3 meses
1.200	6 meses
2.000	9 meses

Invertidos a un tanto de interés del 12 % anual.

- 1º) Calculamos los números comerciales.

CAPITALES	DURACIÓN	NUMEROS COMERCIALES
1.000	3	3.000
1.200	6	7.200
2.000	9	18.000
SUMA NÚMEROS COMERCIALES		28.200

- 2º) $\text{SUMA NÚMEROS COMERCIALES} = 28.200$

- 3º) $\text{DIVISOR FIJO} = K / i = 12 / 0,12 = 100$

- 4º) $\text{INTERESES} = \text{SUMA NÚMEROS} / \text{DIVISOR FIJO}$

$$\text{INTERESES} = 28.200 / (12 / 0,12) =$$

$$28.200 \times 0,12 / 12 = 282 \text{ €}$$

6. INTERÉS ANTICIPADO

Hasta ahora, hemos calculado operaciones a tipo de interés **vencido**: estas operaciones se caracterizan porque los intereses se calculan sobre C_0 .

En las operaciones de interés **anticipado** (i_a), el interés se calcula sobre C_n , y el capital con el que se inicia la operación es $C_n - I_v$

$$\begin{array}{ccc} C_0 = C_n - I_a & I_a = C_n \times n \times i_a & C_n \\ 0 & & n \end{array}$$

$I_a = C_n \times n \times i_a$
$C_0 = C_n - I_a$
$C_0 = C_n - C_n \times n \times i_a$ $C_0 = C_n (1 - n \times i_a)$
$C_n = \frac{C_0}{(1 - n \times i_a)}$

Ejemplo: Calcular la cantidad recibida en un préstamo, al que se aplica un tanto de interés anticipado del 8 % y al final de 5 años nos comprometemos a entregar 3.200 € para su cancelación.

$$\begin{aligned} C_0 &= C_n (1 - n \times i) \\ C_0 &= 3.200 (1 - 5 \times 0,08) \\ C_0 &= 3.200 (0,6) \\ C_0 &= 1.920 \text{ €} \end{aligned}$$

6.1 Relación entre el interés anticipado y el vencido

INTERÉS VENCIDO
$C_n = C_0 (1 + n \times i_v)$

INTERÉS ANTICIPADO
$C_n = \frac{C_0}{(1 - n \times i_a)}$

Poniendo en relación las dos fórmulas despejando i_v o i_a

$$C_0 (1 + n \times i_v) = \frac{C_0}{(1 - n \times i_a)}$$

Ejemplo 1:

A un activo financiero a seis meses se le aplica un tipo anticipado del 4,22% anual:

- ¿Qué tipo anual por vencido le corresponderá?
- ¿Calcula el tipo de interés por vencido correspondiente a un año?

a)

$$C_0 (1 + n \times i_v) = \frac{C_0}{(1 - n \times i_a)}$$

$$C_0 (1 + 6 \times i_v / 12) = \frac{C_0}{(1 - 6 \times 0,0422 / 12)}$$

$$1 + 0,5 \times i_v = \frac{1}{(1 - 0,0211)}$$

$$1 + 0,5 \times i_v = \frac{1}{0,9789}$$

$$(1 + 0,5 \times i_v) \times 0,9789 = 1$$

$$0,9789 + 0,5 \times i_v \times 0,9789 = 1$$

$$0,9789 + i_v \times 0,48945 = 1$$

$$i_v \times 0,4895 = 1 - 0,9789$$

$$i_v \times 0,48945 = 0,0211$$

$$i_v = \frac{0,0211}{0,48945}$$

$$i_v = 0,04311$$

$$i_v = 4,311 \%$$

b)

$$C_o (1 + n \times i_v) = \frac{C_0}{(1 - n \times i_a)}$$

$$C_o (1 + 1 \times i_v) = \frac{C_0}{(1 - 1 \times 0,0422)}$$

$$1 + i_v = \frac{1}{0,9578}$$

$$(1 + i_v) \times 0,9578 = 1$$

$$0,9578 + i_v \times 0,9578 = 1$$

$$i_v \times 0,9578 = 1 - 0,9578$$

$$i_v \times 0,9578 = 0,0422$$

$$i_v = \frac{0,0422}{0,9578}$$

$$i_v = 0,04406$$

$$i_v = 4,406 \%$$