TEMA 12: OPERACIONES FINANCIERAS

1. OPERACIONES FINANCIERAS

Son aquellas operaciones en las que inversores y ahorradores se ponen de acuerdo y pactan un tipo de interés y un plazo que cubran sus necesidades de inversión y financiación

1.1. CLASES

Las operaciones financieras pueden ser de dos clases:

- *OPERACIONES DE INVERSIÓN:* Son las que realizan las personas que tienen un dinero ahorrado y que desean obtener una ganancia prestándolo a otras personas. Entregaran una cantidad de dinero en el momento actual y recibirán una cantidad mayor al final del tiempo establecido para la operación. La diferencia entre la cantidad entregada y la recibida corresponde a los intereses.

- *OPERACIONES DE FINANCIACIÓN:* Son las que realizan las personas que necesitan dinero y acuden a otras personas para que se lo presten ofreciéndole una rentabilidad. Recibirán una cantidad de dinero en el momento actual y deberán devolver una cantidad al final del tiempo establecido para la operación. La diferencia entre las dos cantidades son los intereses.

Nos podemos encontrar operaciones en las que en un primer momento se entregan cantidades de dinero y posteriormente se reciben, como ocurre en los casos de los planes de pensiones que estudiaremos más adelante.

1.2. ELEMENTOS QUE INTERVIENEN

Los elementos que intervienen son los siguientes:
- Capital inicial o actual (Co): Corresponde a la cantidad con la que se inicia la operación *(momento 0)*. En caso de inversión es la cantidad entregada y en caso de préstamo la cantidad recibida.
- Capital final o montante (Cn): Se refiere a la cantidad del final de la operación *(momento n*). Puede ser la cantidad en la que se ha convertido una inversión o la cantidad que se debe devolver para cancelar un préstamo.
- Duración o tiempo (n): Plazo que se estipula para la operación.
- Tanto o tipo de interés anual (i): Cantidad que produce un euro en un año. Siempre debe expresarse en tanto por uno. En algunos ejercicios nos dan este dato expresado en %, y se denomina *rédito*, que sería la cantidad que ganamos con 100 € en un año. En este último caso debemos dividir el % entre 100 para obtener la i.
- Interés de la operación (I): Diferencia entre el Capital final y el inicial. Sería la ganancia obtenida en la operación.

Capital Inicial	Capital final	i
0	n	

Ejemplos:

1. Una persona a la que le toca en la primitiva, 120.000 €, los invierte por un plazo de 3 años a un tanto de interés del 5 % anual, recibiendo al final de la operación 138.000 €. ¿De qué operación se trata? ¿Cuáles son los elementos que intervienen en la operación?
- *Operación financiera*: Inversión.
- *Elementos:*
  Capital inicial: 120.000 €
  Capital final: 138.000 €
  Duración: 3 años.
  Tanto de interés: 0,05
  Rédito: 5 %
  Intereses: 18.000 €

Capital Inicial = 120.000	Capital final = 138.000	i = 0,05
0	n = 3 años	

2. Una persona para comprar una vivienda necesita 180.000 €. Para ello solicita un préstamo con una duración de 10 años y un tanto de interés anual del 0,04. Al final devolverá la cantidad prestada más los intereses de toda la operación que ascienden en conjunto a 72.000 €.
- *Operación financiera*: Financiación

- *Elementos:*
  Capital inicial: 180.000 €
  Capital final: 252.000 €
  Duración: 10 años.
  Tanto de interés: 0,04
  Rédito: 4 %
  Intereses: 72.000 €

Capital Inicial = 180.000	Capital final = 252.000	i = 0,04
0	n = 10 años	

2. EJERCICIOS DEL INTERÉS SIMPLE

2.1 FORMULAS DEL INTERÉS SIMPLE

$$Cn = Co\ (1 + n * i)$$

$$I = Cn - Co$$

$$I = Co \times n \times i$$

2.2 CÁLCULO DEL INTERÉS

1. Calcula el interés que producen 6.000 € colocados al 12 % anual durante 6 años.
   I = Co x n x i
   I = 6.000 x 6 x 0,12 = 4.320 €

2. Sabemos que nuestra inversión de 5.000 € ha generado 700 € de intereses al 7 % anual ¿Cuánto tiempo duró la inversión?
   I = Co x n x i
   700 = 5.000 x 0,07 x n
   700 = 350 x n
   n = 700 / 350
   n = 2 años

3. Calcular los intereses de una operación en la que se obtuvo un capital final de 1.205 € con una inversión inicial de 1.100 €.
   I = Cn – Co
   I = 1.205 – 1.100
   I = 105 €

2.3 CÁLCULO DEL CAPITAL FINAL O MONTANTE (Operación de capitalización)

1. Un capital de 3.000 € es invertido durante 4 años a un tipo de interés del 5 % anual. Calcula el capital final.
   Cn = Co (1 + n x i)
   Cn = 3.000 (1 + 4 x 0,05)
   Cn = 3.000 x 1,2
   Cn = 3.600 €

2. Un capital de 5.000 € ha sido invertido durante 5 años a un tanto de interés del 6 % anual. Calcular el capital final si los intereses han ascendido a 1.500 €
   Cn = Co + I
   Cn = 5.000 + 1.500
   Cn = 6.500 €

2.4 CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL (Operación de actualización)

1. ¿Qué cantidad debemos ingresar en un banco para que dentro de 6 años a un tipo de interés del 10 % se convierta en 3.200 €?

Cn = Co (1 + n x i)
= Co (1 + 6 x 0,10)
3.200 = Co x 1,60
Co = 3.200 / 1,60
Co = 2.000 €

2.5 CÁLCULO DEL TIEMPO

1. Queremos saber cuánto tiempo se mantuvo una inversión de 12.000 € que produjo un montante de 12.720 € al 2 % anual de capitalización simple.

Cn = Co (1 + n x i)
12.720 = 12.000 (1 + n x 0,02)
12.720 = 12.000 + 240 x n
12.720 – 12.000 = 240 x n
720 = 240 x n
n = 720 / 240
n = 3 años

2. Para cancelar un préstamo al 6 % de interés anual tenemos que entregar 4.960 €. Calcular la duración de la operación si los intereses ascienden a 960 €.

I = Cn – Co
960 = 4.960 – Co
Co = 4.960 – 960
Co = 4.000 €
Cn = Co (1 + n x i)
4.960 = 4.000 (1 + n x 0,06)
4.960 = 4.000 + 240 x n
4.960 – 4.000 = 240 x n
960 = 240 x n
960 / 240 = n
n = 4 años

2.6 CÁLCULO DEL TANTO DE INTERÉS

1. Una operación ha producido un montante de 544 € durante 3 años con una inversión inicial de 400 € ¿A qué tipo de interés se pactó la operación?

Cn = Co (1 + n x i)
544 = 400 (1 + 3 x i)
544 = 400 + 1.200 x i
544 – 400 = 1.200 x i
144 = 1.200 x i
i = 144 / 1.200
i = 0,12

2.7 FORMAS ABREVIADAS PARA EL CÁLCULO DE LOS INTERESES

Este procedimiento se utiliza cuando tenemos que calcular los intereses de varios capitales.

Para ello, debemos seguir los siguientes pasos:

1º) Calculamos los números comerciales. NUMEROS COMERCIALES = Co x n
2º) Sumamos los números comerciales
3º) Calculamos el DIVISOR FIJO (D) = k / i o MULTIPLICADOR FIJO (M) = i/k
4º) Calculamos los intereses:

I = SUMA Nos. COMERCIALES / DIVISOR FIJO
I = SUMA Nos. COMERCIALES X MULTIPLICADOR FIJO

Ejemplo: Calcular los intereses producidos por los siguientes capitales:

CAPITALES	DURACIÓN
1.000	3 meses
1.200	6 meses
2.000	9 meses

Invertidos a un tanto de interés del 12 % anual.

1º) Calculamos los números comerciales.

CAPITALES	DURACIÓN	NÚMEROS COMERCIALES
1.000	3	3.000
1.200	6	7.200
2.000	9	18.000
SUMA NÚMEROS COMERCIALES		28.200

2º) SUMA NÚMEROS COMERCIALES = 28.200

3º) DIVISOR FIJO = K / i = 12 / 0,12 =100

4º) INTERESES = SUMA NÚMEROS / DIVISOR FIJO

INTERESES = 28.200 / (12 / 0,12) =

28.200 0,12 / 12 = 282 €

3. OPERACIONES DE DESCUENTO

Las operaciones de descuento son aquellas que realizan las empresas, mediante las que una entidad financiera le anticipa el dinero que le deben sus clientes.

El desarrollo de este proceso sería el siguiente:

1. Una empresa vende a un cliente, quedando una cantidad pendiente de pago. Por este motivo, se rellena una letra en la que figura este importe *(Nominal)* y un plazo establecido para el pago (Vencimiento de la operación).
2. La empresa vendedora desea disponer del dinero de la venta anterior anticipadamente, para ello acude a su banco para que le adelante el dinero (operación de descuento). La entidad bancaria le cobrará un tanto de interés *(tanto de descuento)* que se calculará por los días que el banco le anticipa el dinero *(Días).* El importe de la letra menos el importe de los intereses *(Descuento)* será la cantidad que en este momento recibe la empresa *(Efectivo).* Como podemos apreciar, es una operación similar a un préstamo con la garantía de la letra.
3. Llegado el vencimiento de la letra, si el banco cobra la letra del cliente, se producirá la finalización de la operación quedando en poder de la entidad bancaria este importe. Si la letra no es pagada, la empresa vendedora deberá devolver al banco el importe de la letra.

A este procedimiento se le llama *descuento de letra o negociación de una letra*. Para realizar esta operación previamente se ha tenido que acordar con el banco las condiciones que se van a aplicar y cuál es el importe máximo de letras descontadas que la empresa puede tener. A este acuerdo, entre la entidad bancaria y la empresa, se denomina *línea de descuento.*

Elementos que intervienen

- NOMINAL (N): Cantidad que queda pendiente en la operación. Es el importe de la letra.
- TIEMPO (n): Días que transcurren desde que se realiza la operación hasta el vencimiento de la operación.
- TANTO DE DESCUENTO (i) = Es el tanto de interés anual que se aplica a la operación.
- DESCUENTO (D) = Intereses totales de la operación. Para calcularlos existen dos formas: descuento comercial o bancario y el descuento racional o matemático.
- EFECTIVO (E): Es el importe que se recibe anticipadamente. Para calcularlo, al Nominal le restamos el descuento. EFECTIVO = NOMINAL – DESCUENTO

EJEMPLO:

La empresa COCO, S.A. vendió el día 28 de marzo, mercaderías por un importe de 2.000 €. Se extiende una letra por este importe y vencimiento dentro de 30 días.

El día 3 de abril la empresa COCO, S.A. necesita dinero y decide negociar con su banco para que le anticipe el dinero. El banco le ingresa en su cuenta el nominal de la letra menos 28 € por los intereses correspondientes a un tanto de descuento del 2 % anual.

- VENCIMIENTO DE LA OPERACIÓN: Contamos 30 días a partir del día 28 de marzo. Vencimiento: 27 de abril.
- NOMINAL: Importe de la letra. Nominal: 2.000 €.
- TIEMPO (n): Días transcurridos entre el día 3 de abril (fecha de negociación) y el 27 de abril (vencimiento). Tiempo = 24 días.
- TANTO DE DESCUENTO (i) = 2 % anual. Tanto de descuento = 0,02
- DESCUENTO (D) = Intereses totales. Descuento = 28 €.
- EFECTIVO (E) = Nominal – Descuento = 2.000 – 28 = 1.972 €

	EFECTIVO = 1.972 €	NOMINAL = 2.000 €	
28 de marzo (VENTA)	3 de abril (DESCUENTO DE LA LETRA)	27 de abril (VENCIMIENTO) n = 24 días	Tanto dto. = 0,02

3.1 DESCUENTO COMERCIAL O BANCARIO (Se calcula sobre el NOMINAL)

DESCUENTO:

$$Dc = N \times n \times i$$

EFECTIVO:

$$E = N \times (1 - n \times i)$$

$$E = N - Dc$$

EJEMPLOS DE DESCUENTO COMERCIAL:

1. ¿Cuál fue el valor nominal de una letra por la que se descontaron comercialmente 150 € cuatro meses antes de su vencimiento, sabiendo que el tanto de descuento aplicado fue del 10 % anual?

N = x *Dc = 150 €* *n = 4 meses* *i = 10 % anual = 0,10*	Dc = N x n x i 150 = N x 4x 0,10 / 12 150 x 12 = N x 4 x 0,10 1.800 = N x 0,40 N = 1.800 x 0,40 N =4.500 €

2. Calcula el efectivo que recibirá una empresa por el descuento comercial de una letra de 4.500 € con vencimiento el 4 de septiembre, sabiendo que la operación de descuento se realiza el día 20 de julio y que el tanto de descuento es del 6 % anual. Utilizar año comercial.

E = x *N = 4.500 €* *n = 20 de julio al 4 de septiembre = 46 días* *i = 6 % anual = 0,06*	E = N x (1 – n x i) E = 4.500 (1 – 46 x 0,06 / 360) E = 4.465,50 €

4. EQUIVALENCIA FINANCIERA

Estas operaciones se dan cuando una persona quiere sustituir uno o varios pagos que tiene que realizar (PRIMERA SITUACIÓN) por otros (SEGUNDA SITUACIÓN).

Para que el cambio se pueda realizar se debe cumplir que las dos situaciones, la anterior y la posterior al cambio, sean EQUIVALENTES, es decir, que los EFECTIVOS de ambas situaciones sean iguales.

- PRIMERA SITUACIÓN: Pagos a realizar antes del cambio. Se calcula su efectivo (E_1)
- SEGUNDA SITUACIÓN: Pagos a realizar después del cambio. Se calcula su efectivo (E_2)
- EQUIVALENCIA FINANCIERA: $E_1 = E_2$

Para calcular los efectivos utilizamos las fórmulas del descuento comercial.

4.1 SUSTITUCIÓN DE UN CAPITAL POR OTRO.

Ejemplo: Una persona tiene que pagar 3.000 € dentro de 30 días. Como ve que no va a poder atender a este pago, solicita su aplazamiento para dentro de 90 días calcula el nominal de este pago si utilizamos un tanto de descuento del 10 % anual. Utilizamos año comercial.

PRIMERA SITUACIÓN		N = 3.000 € *n = 30 días*	i = 0,10
SEGUNDA SITUACIÓN	0	N = X *n= 90 días*	

1. PRIMERA SITUACIÓN	2. SEGUNDA SITUACIÓN
E_1 = 3.000 * (1 – 30 * 0,10 / 360) E_1 = 2.975 €	E_2 = N* (1 – 90 * 0,10 / 360) E_2 = N * 0,975
3. EQUIVALENCIA FINANCIERA: $E_1 = E_2$	
$E_1 = E_2$ 2.975 = 0,975 * N N = 3.051,28 €	

4.2 SUSTITUCIÓN DE VARIOS CAPITALES POR UNO

Ejemplo: Una persona debe pagar 10.000 € el 30-Octubre y 20.000 € el 30-Noviembre. El día 10 de Octubre acude a su banco para negociar la sustitución de estos pagos por uno sólo el día 30-Diciembre. Calcula el nominal de este nuevo pago si utilizamos un tanto de descuento del 8 % anual. Utilizar año comercial.

PRIMERA SITUACIÓN		10.000 € 30 – Octubre *n = 20 días*	20.000 € 30 – Noviem. *n = 51 días*	i = 0,08
SEGUNDA SITUACIÓN	10-Octubre			N 30-Diciem. *n = 81 días*

Del 10-Octubre al 30 – Octubre Octubre: 30 – 10 = 20 *Días: 20 días*	Del 10 – Octubre al 30 – Noviembre Octubre: 31 – 10 = 21 Noviembre: 30 *Días: 21 + 30 = 51 días*	Del 10 – Octubre al 30 – Diciembre Octubre: 31-10 = 21 Noviembre: 30 Diciembre: 30 *Días: 21 + 30 + 30 = 81 días*

- PRIMERA SITUACIÓN:

NOMINALES	n	NÚMEROS COMER.
10.000	20	200.000
20.000	51	1.020.000
30.000	SUMAS	1.220.000

SUMA NÚMEROS COMERCIALES = 1.220.000
DIVISOR FIJO = 360 / 0,08 = 4.500
DESCUENTO = 1.220.000 / 4.500 = 271,11 €
EFECTIVO = 30.000 – 271,11 = 29.728,89 €
E_1 = 29.728,89 €

- SEGUNDA SITUACIÓN:

E_2 = N * (1 – 81 * 0,08 / 360)
E_2 = N * 0,982

- EQUIVALENCIA FINANCIERA:

$$E_1 = E_2$$
$$29.728,89 = N * 0,982$$
$$N = 30.273,82 €$$

4.3 . VENCIMIENTO COMÚN

Si en nuestro ejercicio debemos calcular el vencimiento de uno de los capitales de la segunda situación nos encontramos con el VENCIMIENTO COMÚN.

Ejemplo: Calcular el vencimiento común de dos capitales de 15.000 € y 35.000 € con vencimiento los días 15 de marzo y 15 de abril, respectivamente, sabiendo que se quiere sustituir por uno solo de 49.700 € y que el tipo de descuento es del 6 % anual. La operación de sustitución se realiza el 15 de enero.

PRIMERA SITUACIÓN		15.000 € 15 - marzo *n = 59 días*	35.000 € 15 - abril *n = 90 días*	i = 0,06
SEGUNDA SITUACIÓN	15 - enero			49.700 € n

Del 15-enero al 15-marzo Enero: 31 – 15 = 16 Febrero: 28 Marzo: 15 *Días: 16 + 28 +15 = 59 días*	Del 15-enero al 15-abril Enero: 31 – 15 = 16 Febrero: 28 Marzo: 31 Abril: 15 *Días: 16 + 28 +31 +15 = 90 días*

- PRIMERA SITUACIÓN:

NOMINALES	n	NÚMEROS COMER.
15.000	59	885.000
35.000	90	3.150.000
50.000	SUMAS	4.035.000

SUMA NÚMEROS COMERCIALES = 4.035.000
DIVISOR FIJO = 360 / 0,06 = 6.000
DESCUENTO = 4.035.000 / 6.000 = 672,50 €
EFECTIVO = 50.000 – 672,50 = 49.327,50 €
E_1 = 49.327,50 €

- SEGUNDA SITUACIÓN:

$$E_2 = 49.700 * (1 – n * 0,06 / 360)$$
$$E_2 = 49.700 – (49.700 * 0,06 / 360) * n$$
$$E_2 = 49.700 – 8,283333 * n$$

- EQUIVALENCIA FINANCIERA:

$$E_1 = E_2$$
$$49.327,50 = 49.700 – 8,283333 * n$$
$$49.327,50 – 49.700 = - 8,283333 * n$$
$$- 372 ,50 = - 8,283333 * n$$
$$n = 44,97 \text{ días}$$

Contamos 44 días a partir del 15 de enero. El vencimiento será el 28 de febrero.

4.4. EL VENCIMIENTO MEDIO

En los ejercicios en los que tengamos que calcular el vencimiento y nos encontramos que la suma de los capitales a sustituir sea igual a la suma de los capitales que los sustituyan, debemos utilizar la formula del vencimiento medio.

$$n = \frac{N_1 * n_1 + N_2 * n_2 + N_3 * n_3}{N_1 + N_2 + N_3} \qquad N_1 + N_2 + N_3 = N$$

Ejemplo: Una persona tiene que efectuar 3 pagos de 1.000 €, 2.000 € y 3.000 € dentro de 30 ,60 y 90 días, respectivamente. Si se quieren sustituir por uno sólo de 6.000 € calcula el vencimiento de este nuevo pago.

$$\frac{1.000 * 30 + 2.000 * 60 + 3.000 * 90}{6.000}$$

$$\frac{30.000 + 120.000 + 270.000}{6.000}$$

n = 70 días

- CASO PARTICULAR DEL VENCIMIENTO MEDIO

Un caso particular del vencimiento medio nos lo encontramos cuando los capitales que se quieren sustituir son iguales:

$$n = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3}$$

Ejemplo: Tres capitales de 3.000 € con vencimientos a los 30,40 y 60 días, quieren sustituirse por uno sólo de 9.000 € ¿Cuál será el vencimiento del mismo

n = (30 + 40 +60) / 3 = 43,33 días

5. INTERÉS COMPUESTO

5.1 CÁLCULO DEL CAPITAL FINAL

Ejercicio: La señora Blasco deposita en una entidad financiera 30.000 € a plazo fijo durante 4 años a un tipo de interés compuesto del 10 % anual. Calcular la cantidad que recibirá al final de la operación.

C_o = 30.000 €	C_n = X	i = 0.10 anual
0	n = 4 años	

C_o = 30.000 € n = 4 años i = 0,10 anual	$Cn = Co * (1+i)^n$ $Cn = 30.000 * (1,1)^4$ Cn = 43.923 €

5.2 CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL. (OPERACIÓN DE ACTUALIZACIÓN)

Ejercicio: Determina el capital inicial, que colocado al 7,5 % anual durante 6 años se ha convertido en un capital final de 50.000 €

C_o = X	C_n = 50.000 €	i = 0,075 anual
0	n = 6 años	

C_n = 50.000 € n = 6 años i = 0,075 anual	$C_n = C_o * (1+i)^n$ $50.000 = C_o * (1,075)^6$ $50.000 = C_o * 1,543302$ $C_o = 50.000 / 1,543302$ $C_o = 32.398,07$ €

5.3. CÁLCULO DEL TIEMPO

Ejercicio: Calcula el tiempo que ha pasado desde que invertimos 4.150 € al 9,5 % de interés compuesto si al final de la operación hemos recibido 10.284,64 €

Co = 4.150	Cn = 10.284,64 €	i = 0,095 anual
0	n = X años	

Co = 4.150 € Cn = 10.284,64 € n = X años i = 0,075 anual	$Cn = Co * (1+i)^n$ $10.284,64 = 4.150 * (1,095)^n$ $10.284,64 / 4.150 = (1,095)^n$ $2,478227 = (1,095)^n$ log 2,478227 = n * log 1,095 0,394141 = n * 0,039414 n = 0,39414 / 0,039414 n = 10 años

5.4. CÁLCULO DEL TANTO DE INTERÉS

Ejercicio: Calcula el tipo de interés al que estuvieron colocados 9.000 € durante 4 años, si se convirtieron en 14.000 €

Co = 9.000 €	Cn = 14.000 €	i = X anual
0	n = 4 años	

Co = 9.000 € Cn = 14.000 € n = 4 años i = X	$Cn = Co * (1+i)^n$ $14.000 = 9.000 * (1 + i)^4$ $14.000 / 9.000 = (1+i)^4$ $1,555556 = (1 + i)^4$ $\sqrt[4]{1,555556} = \sqrt[4]{(1+i)^4}$ $\sqrt[4]{1,555556} = 1 + i$ 1,11679 = 1 +i i = 0,11679

5.5. TANTOS FRACCIONADOS

El tipo de interés y la duración de la operación deben estar referidos a los mismos periodos de tiempo. Por este motivo, en los ejercicios en los que el periodo de tiempo sea inferior al año, debemos calcular el tanto de interés fraccionado.

El tanto de interés fraccionado (i_k) será un tanto que produzca los mismos resultados al año que los obtenidos si utilizamos el tanto de interés anual efectivo (i).

Para calcular el tanto de interés o fraccionado utilizamos la siguiente fórmula:

$$(1 + i_k)^K = (1+i)$$

Siempre que en un ejercicio nos den un tanto de interés inferior a un año (mensual, trimestral, semestral, etc.) nos están facilitando el tanto fraccionado (i_k)

El tanto nominal (J_k) es el resultado de multiplicar ik * k y siempre está referido a un determinado periodo de tiempo. (Ejemplo: tanto nominal capitalizable por trimestres. Sería J_4)

$$J_k = i_k * k$$

TANTO DE INTERÉS EFECTIVO ANUAL (T.A.E)	i
TANTO NOMINAL	J_k
TANTO FRACCIONADO (mensual, trimestral, etc.)	i_k

Ejercicios:

1. Calcula el tanto de interés mensual equivalente a un tanto anual efectivo del 10 %.

$i_{12} = x$ $i = 0,10$	$(1 + i_{12})^{12} = (1 + i)$ $(1 + i_{12})^{12} = 1,10$ $\sqrt[12]{(1+i_{12})^{12}} = \sqrt[12]{1,10}$ $1 + i_{12} = \sqrt[12]{1,10}$ $1 + i_{12} = 1,00797414$ $i_{12} = 0,00797414$

2. Calcular el tanto nominal convertible por semestres correspondiente al tanto anual efectivo del 6 %

$i = 0,06$ $j_2 = x$	$(1 + i_2)^2 = (1 + i)$ $(1 + i_2)^2 = 1,06$ $\sqrt[2]{(1+i_2)^2} = \sqrt[2]{1,06}$ $1 + i_2 = \sqrt[2]{1,06}$ $1 + i_2 = 1,029563$ $i_2 = 0,029563$ $J_2 = 2 * 0,029563$ $J_2 = 0,059126$

3. Calcula el tanto anual efectivo equivalente al 2 % mensual.

$i_{12} = 0,02$ $i = x$	$(1 + i_{12})^{12} = (1 + i)$ $(1 + 0,02)^{12} = 1 + i$ $1,0268242 = 1 + i$ $1,0268242 – 1 = i$ $i = 0,268242$

5.6 PERIODOS DE TIEMPO FRACCIONADOS

Cuando la duración de la operación no corresponde a un número exacto de periodos de capitalización podemos resolver el ejercicio utilizando cualquiera de los siguientes métodos:

- CONVENIO EXPONENCIAL: Resolvemos el ejercicio utilizando solamente la fórmula del interés compuesto.

$$C_n = C_o * (1 + i)^{n + m}$$

- CONVENIO LINEAL: Resolvemos el ejercicio utilizando la fórmula del interés compuesto para los periodos completos y la del interés simple para la fracción.

$$C_n = C_o * (1 + i)^{n} * (1 + m * i)$$

m = número correspondiente al periodo no completo. Para ello planteamos una regla de tres.

Ejercicio: Calcula el montante de un capital de 60.000 € que ha estado invertido durante 3 años y 6 meses al 10 % de interés anual compuesto.

CÁLCULO DE LA FRACCIÓN (m)	
	1 año ----- 12 meses
	m año ---- 6 meses
	m = 0,5
CONVENIO EXPONENCIAL	
C_o = 60.000 €	$C_n = C_o * (1 + i)^{n + m}$
n= 3 años	$C_n = 60.000 * (1 + 0,10)^{3 + 0,5}$
m = 0,5	$C_n = 60.000 * 1,395965$
i = 0,10	$C_n = 83.757,87$ €
CONVENIO LINEAL	
C_o = 60.000 €	$C_n = Co * (1 + i)^{n} * (1 + n * i)$
n= 3 años	$C_n = 60.000 * (1 + 0,10)^{3} * (1 + 0,5 * 0,10)$
m = 0,5	$C_n = 60.000 * 1,331 * 1,05$
i = 0,10	Cn = 83.853 €