**RENTAS**

**1.** **INTRODUCCIÓN**

Llamamos renta a una *sucesión de capitales* que se hacen efectivos en vencimientos periódicos. Ejemplo: alquiler, salarios, préstamos, etc.

        A cada uno de estos capitales se le denominan **términos** o anualidades **(A).**

        Llamamos **duración** al número de términos que lo componen **(n).**

        Llamamos **vencimiento** al momento en el que se hace efectivo el capital durante el periodo. Puede ser al principio como el caso de los alquileres o al final como el de los sueldos.

*Ejemplo:* Una persona ingresa 1.000 € anuales al final de los próximos 4 años en una entidad que le paga el 6 % de interés anual.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | i = 0,06 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Términos (A): 1.000 €

Duración (n) = 4 años

Tanto de interés (i) = 0,06 anual

          ***CLASES DE RENTA***

*1.     Rentas constantes y rentas variables.*

-       Rentas constantes: los términos son todos de la misma cuantía.

-       Rentas variables: los términos cambian sus importes. Puede ser variabilidad conocida, en progresión aritmética o geométrica o de variabilidad no conocida.

*2.     Rentas fraccionadas o rentas no fraccionadas.*

-       Rentas fraccionadas: transcurren menos de un año del vencimiento un término a otro.

-       Rentas no fraccionadas: Entre término y término transcurre un año.

*3.     Rentas vencidas y rentas anticipadas.*

-       Rentas vencidas: los vencimientos de los pagos son al final de cada periodo.

-       Rentas anticipadas: los vencimientos de los pagos son al principio de cada periodo.

*4.     Rentas inmediatas y rentas diferidas.*

-       Rentas inmediatas: el primer pago se realiza en el momento en el que se pacta la operación.

-       Rentas diferidas: el primer pago se realiza al cabo de varios años desde que se pactó la operación

*5.     Rentas temporales y perpetuas.*

-       Rentas temporales: tienen un número finito de términos.

-       Rentas perpetuas: tienen un número infinito de términos.

**2.**       **RENTAS TEMPORALES, CONSTANTES, INMEDIATAS, VENCIDAS, NO FRACCIONADAS**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **A** | **A** | **A** | **i** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | **Vo** |  |  | **Vn** |  |

**2.1**    **VALOR ACTUAL**

**Vo =A x A n , i**

|  |  |
| --- | --- |
| A n , i= | (1 + i )n- 1 |
| (1 + i ) nx i |

        En las operaciones de financiación el VALOR ACTUAL es el IMPORTE DEL PRÉSTAMO, y las cantidades que tenemos que pagar periódicamente para su devolución serían sus TERMINOS.

        En las operaciones de inversión el VALOR ACTUAL sería el importe que INGRESAMOS en el banco, para poder recibir unas cantidades periódicamente.

*Ejemplos:*

1.       Calcular el valor actual de una renta de 2.000 € anuales durante 6 años utilizando un tanto de interés del 10 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A = 2.000 | A n , i= | (1 + i )n- 1 |  |
| n = 6 años | (1 + i )nx i |
| i = 0,10 | A 6 , 0,10= | (1,10) 6 - 1 | = 4,355261 |
|  | (1,10) 6 x 0,10 |
|  | V 0= A x A 6 // 0,10  V 0 = 2.000 x 4,355261  **V0 = 8.710,52 €** | | |

2.       Una persona solicita un préstamo de 20.000 € que debe devolver mediante el pago de 5 anualidades constantes y por vencido. Calcular la cuantía de cada anualidad utilizando un tipo de interés del 12 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| V0 = 20.000 | A n , i= | (1 + i )n- 1 |  |
| n = 5 años | (1 + i )nx i |
| i = 0,12 | A 5 , 0,12= | (1,12) 5 - 1 | = 3,604776 |
|  | (1,12) 5 x 0,12 |
|  | V0= A x A 5 , 0,12  20.000= A x 3,604776  A = 20.000 / 3,604776  **A = 5.548,19 €** | | |

3.       Para devolver un préstamo de 30.000 € debemos pagar anualmente por vencido  la cantidad de 3.698,73 €. Calcular durante cuántos años debemos pagar esta cantidad si el tipo de interés es del 4 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| V0 = 30.000 | V 0= A x A n , i | | |
| A = 3.698,73 | 30.000 = 3.698,73 x A n , 0,04 | | |
| i = 0,04 | A n , 0,04= 30.000 / 3.698,73 | | |
| n = x | A n , 0,04= 8,110892 | | |
|  |  | | |
|  | A n , 0,04= | (1,04) n - 1 | = 8,110892 |
|  | (1,04) nx 0,04 |
|  |  | | |
|  | (1,04) n– 1 = 8,110892  x ( 1,04)n x 0,04 | | |
|  | (1,04) n– 1 = 0,324436 x ( 1,04)n | | |
|  | (1,04) n-0,324436 x ( 1,04)n= 1 | | |
|  | ( 1 – 0,324436 ) x (1,04) n= 1 | | |
|  | 0,675564  x (1,04) n= 1 | | |
|  | (1,04) n= 1 / 0,675564 | | |
|  | (1,04) n=1,480245 | | |
|  | n x log 1,04 = log 1,480245 | | |
|  | n x 0,017033 = 0,170334 | | |
|  | n = 0,170334 / 0,0170333 | | |
|  | **n = 10 años** | | |

**2.2**    **VALOR FINAL**

        Se utiliza cuando una persona desea acumular un capital y quiere saber que cantidad recibiría al final de la operación.

**Vn =A x S n , i**

|  |  |
| --- | --- |
| S n , i= | (1 + i )n- 1 |
| i |

*Ejemplos:*

1.       Un empleado al que faltan 15 años para jubilarse desea acumular un capital de 24.000 €, mediante entrega de cantidades al final de cada año. Calcular la cuantía de las anualidades si valoramos la operación con un tanto de interés del 8 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vn = 24.000 | S n , i= | (1 + i )n- 1 |  |
| n = 15 años | i |
| i = 0,08 | S 15 , 0,08= | (1,08) 15- 1 | = 27,152114 |
| A = x | 0,08 |
|  | V n= A x S 15 // 0,08  24.000= A x 27,152114  A = 24.000 / 27,152114 | | |
|  | **A = 883,91 €** | | |

2.             Una persona quiere conseguir tener un capital de 53.740,75 € mediante la entrega de 2.000 € anuales por vencido en un banco que ofrece un tanto de interés del 3 %. Calcular durante cuántos años deberá realizar estos ingresos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vn = 53.740,75 | V n= A x S n , i | | |
| A = 2.000 € | 53.740,75 = 2.000 x S n , 0,03 | | |
| i = 0,03 | S n , 0,03= 53.740,75 / 2.000 | | |
| n = x | S n , 0,03= 26,870375 | | |
|  |  | | |
|  | S n , 0,03= | (1,03) n - 1 | = 26,870375 |
|  | 0,03 |
|  |  | | |
|  | (1,03) n– 1 = 26,870375  x  0,03 | | |
|  | (1,03) n– 1 = 0,806111 | | |
|  | ( 1,03)n= 0,806111 + 1 | | |
|  | ( 1,03)n= 1,806111 | | |
|  | n x log 1,03 = log 1,806111 | | |
|  | n x 0,012837 = 0,256744 | | |
|  | n = 0,256744 / 0,012837 | | |
|  | **n = 20 años** | | |

**3. RENTAS CONSTANTES, INMEDIATAS, NO FRACCIONADAS, TEMPORALES Y ANTICIPADAS**

        Las anualidades se reciben al principio de cada periodo.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A** | **A** | **A** | **A** |  | **i** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | **Vo** |  |  | **Vn** |  |

**3.1 VALOR ACTUAL**

**Vo =A x A n , ix (1 + i)**

*Ejemplos:*

1.       ¿Cuál será la cantidad que tendremos que depositar en un banco que ofrece el 3,5 % de interés anual, si queremos recibir al comienzo de cada uno de los próximos 8 años una renta de 8.000 €?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A = 8.000 | A 8 , 0,035= | (1,035) 8 - 1 | = 6,873956 |
| n = 8 años | (1,035) 8 x 0,035 |
| i = 0,035 | V 0= A x A 6 , 0,10x (1 + i )  V 0 = 8.000 x 6,873956 x (1,035)  **V0 = 56.916,36 €** | | |
|  |

**3.2**    **VALOR FINAL**

**Vo =A x S n , ix (1 + i)**

*Ejemplos:*

1.     Calcula el valor final de una renta prepagable, constate e inmediata de 30.000 € anuales sabiendo que la operación financiera dura 5 años y el tipo de interés es del 4 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A = 30.000 | S 5 , 0,04= | (1,04)5 - 1 | =5,416323 |
| n = 5 años | 0,04 |
| i = 0,04 | V n= A x S 6 , 0,10x (1 + i )  V n= 30.000 x 5,416323 x (1,04)  **Vn = 168.989,26 €** | | |
|  |

**4.     RENTAS CONSTANTES, NO FRACCIONADAS, TEMPORALES, VENCIDAS Y DIFERIDAS**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **PERIODO DE CARENCIA** | | **A** | **A** | **A** | **i** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | **Vo** |  |  |  | **Vn** |  |

**4.1 VALOR ACTUAL**

**d/Vo =A x A n  , ix (1 + i) -d**

*Ejemplo:*

1.     Para comprar un coche cuyo valor al contado es de 20.000 €, nos ofrecen no pagar ninguna cantidad durante los 3 primeros años y después efectuar 6 pagos anuales por vencido. Determinar la cuantía de estos pagos si utilizamos un tanto de interés del 3 %.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vo = 20.000 | A 6 , 0,03= | (1,03) 6 - 1 | = 5,417191 |
| d = 3 años | (1,03) 6 x 0,03 |
| n = 6 años | V 0= A x A 6 , 0,03 x (1,03) -3 | | |
| i = 0,03 | 20.000 = A x 5,417191 x 0,915142 | | |
|  | 20.000 = A x 4,957499 | | |
|  | A = 20.000 / 4,957499 | | |
|  | **A = 4.034,29 €** | | |

**4.2**    **VALOR FINAL**

Para calcular el valor final no se tiene en cuenta el periodo de carencia.

**d / Vn =A x S n , i**

**5.     RENTAS CONSTANTES, VENCIDAS, INMEDIATAS, NO FRACCIONADAS Y PERPETUAS**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **A** | **A** | **A** | **A** | **i** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | **F:\PAGWEB\PSF\TEMA9_archivos\image002.gif** |
|  | **Vo** |  |  |  | **Vn** |  |

**5.1.**  **VALOR ACTUAL**

**Vo =A / i**

*Ejemplo:*

1.     Calcula el valor valor actual de una renta, prepagable, perpetua, constante e inmediata de 10.000 €, anuales, sabiendo que el tipo de interés es del 3 %.

|  |
| --- |
| V0 = A / i |
| V0 = 10.000 / 0,03 |
| **V0 = 333.333,33 €** |

**5.2 VALOR FINAL**

        No se puede calcular por tener una duración infinita.

**6.     RENTAS CONSTANTES, VENCIDAS, INMEDIATAS, TEMPORALES Y FRACCIONADAS**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **A** | **A** | **A** | **i 12** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | **4** **meses** |
|  | **Vo** |  |  | **Vn** |  |

**6.1.**  **VALOR ACTUAL**

**Vo =A x A n , ik**

*Ejemplos:*

1.       Calcula las mensualidades que tenemos que pagar de un préstamo de 30.000 € de 5 años de duración y con un tipo de interés anual del 6 %

|  |  |
| --- | --- |
| i = 0,06 | (1 + i) = (1 + i k) k |
| i12 = X | (1 + 0,06) =  (1 + i 12) 12 |
|  | F:\PAGWEB\PSF\TEMA9_archivos\image004.gif= F:\PAGWEB\PSF\TEMA9_archivos\image006.gif |
|  | 1,004868 = 1 + i 12 |
|  | I 12 = 0,004868 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vo = 30.000 | A 60 , 0,004868= | (1,004868) 60 - 1 | = 51,923147 |
| n = 5 años | (1,004868) 60 x 0,004868 |
| n = 60 meses | V 0= A x A 60 , 0,004868 | | |
| I12 = 0,004868 | 30.000 = A x 51,923147 | | |
|  | A = 30.000 / 51,923147 | | |
|  | **A = 577,78 €** | | |

**6.2.**  **VALOR FINAL**

**Vn =A x S n , ik**

*Ejemplos:*

2. ¿Qué cantidad debemos ingresar al final de cada mes en un banco que ofrece un 3 % de interés anual para constituir un capital de 60.000 € al cabo de tres años.

|  |  |
| --- | --- |
| i = 0,03 | (1 + i) = (1 + i k) k |
| i12 = X | (1 + 0,03) =  (1 + i 12) 12 |
|  | F:\PAGWEB\PSF\TEMA9_archivos\image008.gif= F:\PAGWEB\PSF\TEMA9_archivos\image006.gif |
|  | 1,002466 = 1 + i 12 |
|  | I 12 = 0,002466 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vn = 60.000 | S 36 , 0,002466= | (1,002466) 36 - 1 | = 37,597897 |
| n = 3 años | 0,002466 |
| n = 36 meses | V 0= A x S 36, 0,002466 | | |
| I12 = 0,002466 | 60.000 = A x 37,597897 | | |
|  | A = 60.000 / 37,597897 | | |
|  | **A = 1.595,83 €** | | |